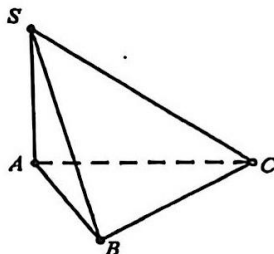


Họ và tên thí sinh: .....  
Số báo danh: .....

Mã đề: 0101

Phần I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $SA = a\sqrt{2}$ ,  $AB = a\sqrt{2}$  (xem hình dưới).



Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng

- A.  $45^\circ$ . B.  $30^\circ$ . C.  $90^\circ$ . D.  $60^\circ$ .

Câu 2. Tập xác định của hàm số  $y = \tan x$  là

- A.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ . B.  $\mathbb{R}$ . C.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ . D.  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

Câu 3. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = x + 1 - \frac{1}{x-2}$  là đường thẳng có phương trình

- A.  $y = x$ . B.  $x = 2$ . C.  $y = 1$ . D.  $y = x + 1$ .

Câu 4. Cho hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng hướng và khác vector  $\vec{0}$ . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$ . B.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ . C.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ . D.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ .

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2^x - x$  là

- A.  $\frac{2^{x+1}}{x+1} - \frac{x^2}{2} + C$ . B.  $\frac{2^x}{\ln 2} - \frac{x^2}{2} + C$ . C.  $x \cdot 2^{x-1} - \frac{x^2}{2} + C$ . D.  $\frac{2^x}{x} - \frac{x^2}{2} + C$ .

Câu 6. Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

|      |           |      |       |           |     |
|------|-----------|------|-------|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $3$   | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$   | $0$       | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ | $6$  | $-26$ | $+\infty$ |     |

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(-26; 6)$ . B.  $(-\infty; -1)$ . C.  $(3; +\infty)$ . D.  $(-1; 2)$ .

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$ . Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$ ?

- A.  $\vec{n}_3 = (-3; 2; -4)$ . B.  $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$ . C.  $\vec{n}_1 = (3; -2; -4)$ . D.  $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$ .

Câu 8. Thống kê điểm thi đánh giá năng lực của 120 học sinh một trường THPT được cho ở bảng sau.

| Điểm        | [0;20) | [20;40) | [40;60) | [60;80) | [80;100) |
|-------------|--------|---------|---------|---------|----------|
| Số học sinh | 25     | 35      | 37      | 15      | 8        |

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nửa khoảng nào sau đây?

- A. [40;60). B. [20;40). C. [60;80). D. [0;20).

Câu 9. Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$  và công sai  $d = 3$ . Giá trị của  $u_4$  bằng

- A. 10. B. 13. C. 27. D. 4.

Câu 10. Tập nghiệm  $S$  của phương trình  $\sin x = 1$  là

- A.  $S = \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ . B.  $S = \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ .  
C.  $S = \{\frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ . D.  $S = \{-\frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ .

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; -4; 3)$  và  $B(2; 2; 9)$ . Trung điểm của đoạn  $AB$  có tọa độ là

- A.  $(2; -1; 6)$ . B.  $(0; 6; 6)$ . C.  $(4; -2; 12)$ . D.  $(0; 3; 3)$ .

Câu 12. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - 2x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1, x = 3$  được xác định bằng công thức

- A.  $S = \pi \int_{-1}^3 |x^2 - 2x| dx$ . B.  $S = \pi \int_{-1}^3 (x^2 - 2x)^2 dx$ .  
C.  $S = \int_{-1}^3 |x^2 - 2x| dx$ . D.  $S = \left| \int_{-1}^3 (x^2 - 2x) dx \right|$ .

Phần II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một hộp chứa các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau gồm 5 viên bi trắng, 6 viên bi đỏ và 8 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 5 viên bi từ hộp, trong đó có  $x$  viên bi trắng,  $y$  viên bi đỏ và  $z$  viên bi xanh.

a) Số phần tử của không gian mẫu là  $n(\Omega) = C_{19}^5$ .

b) Xác suất lấy được 5 viên bi đều màu xanh là  $\frac{1}{2907}$ .

c) Xác suất lấy được 5 viên bi có ít nhất một viên bi màu xanh nhỏ hơn 0,94.

d) Xác suất lấy được 5 viên đủ cả ba màu, đồng thời ba số  $x - y, y - z, z - x$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng bằng  $\frac{215}{969}$ .

Câu 2. Cho hàm số  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ .

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số đã cho, trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2$  bằng 2.

b) Hàm số đã cho có một nguyên hàm là hàm số  $G(x) = \frac{x^4}{2} - x^3 + x$ .

c)  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số đã cho thoả mãn  $F(2) = 2$ , khi đó  $F(-1) = \frac{1}{2}$ .

d) Với  $a \in [-1; 2]$ , hàm số  $H(a) = \int_{-1}^a f(x) dx$  đạt giá trị lớn nhất tại  $a = 1$ .

**Câu 3.** Mô hình toán học sau đây được sử dụng trong quan sát chuyển động của một vật. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  có  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  lần lượt là các vector đơn vị trên các trục  $Ox, Oy, Oz$  và độ dài của mỗi vector đơn vị đó bằng 1 kilômét. Một tên lửa phóng từ vị trí gốc tọa độ  $O$  theo hướng và vận tốc không đổi. Tên lửa bay từ điểm  $O(0;0;0)$  đến điểm  $A(140;60;6)$  trong 8 phút.

a) Sau 8 phút kể từ lúc phóng, tên lửa bay được quãng đường 152,4 km (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

b) Sau đúng 4 phút kể từ lúc phóng, độ cao của tên lửa là 3 km.

c) Tọa độ của tên lửa sau 12 phút kể từ lúc phóng là  $(210;90;12)$ .

d) Gọi  $(P)$  là mặt phẳng chứa quỹ đạo bay của tên lửa và vuông góc với mặt phẳng  $(Oxy)$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là  $3x - 8y = 0$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x) = 92 - 20 \ln(x+1)$ .

a) Tập xác định của hàm số đã cho là  $D = (-1; +\infty)$ .

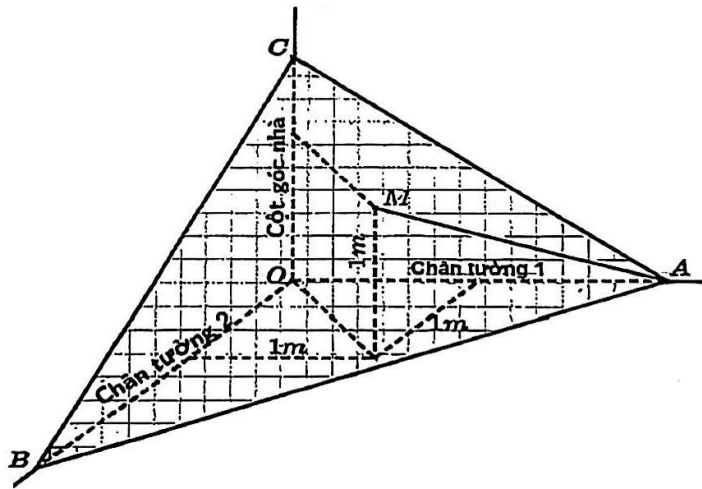
b) Bất phương trình  $f(x) \geq 36$  có đúng 15 nghiệm nguyên.

c) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .

d) Giá trị lớn nhất của hàm số  $g(x) = f(x) + 5x$  trên đoạn  $[1; 4]$  bằng  $107 - 40 \ln 2$ .

**Phần III.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

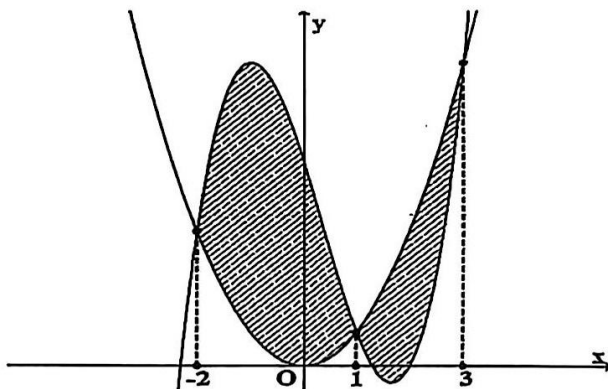
**Câu 1.** Ông An đang xây một ngôi nhà, trong quá trình xây phải đổ bê tông cho một mái vát để lợp ngói. Ông tính toán việc ghép cốt pha đi qua điểm  $B$  trên một chân tường và điểm  $C$  trên cột góc nhà, đồng thời mặt ghép cốt pha phải đi qua điểm  $A$  trên chân tường còn lại cách điểm  $O$  ở góc giao hai chân tường một khoảng 5 m, ông cũng tận dụng một chiếc cột có sẵn để chống mặt ghép (xem hình dưới). Biết rằng hai bức tường được xây vuông góc với nhau, mỗi bức tường đều vuông góc với sàn mái nhà, cột có chiều cao 1 m và cách hai bức tường với cùng khoảng cách 1 m (đỉnh cột là điểm  $M$ ). Diện tích nhỏ nhất của khung ghép cốt pha  $ABC$  là bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



**Câu 2.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $BC = 2\sqrt{3}$ ,  $AB = 3$ . Khoảng cách giữa đường thẳng  $AA'$  và mặt phẳng  $(BCC'B')$  bằng bao nhiêu?

**Câu 3.** Để gây quỹ từ thiện, câu lạc bộ thiện nguyện của một trường THPT tổ chức hoạt động bán hàng với hai mặt hàng là trà sữa và bánh ngọt. Câu lạc bộ thiết kế hai thực đơn. Thực đơn 1 có giá 40 nghìn đồng, bao gồm hai ly trà sữa và một chiếc bánh ngọt. Thực đơn 2 có giá 65 nghìn đồng, bao gồm ba ly trà sữa và hai chiếc bánh ngọt. Biết rằng câu lạc bộ chỉ làm được không quá 180 ly trà sữa và 110 chiếc bánh ngọt. Số tiền lớn nhất mà câu lạc bộ có thể nhận được sau khi bán hết hàng bằng bao nhiêu nghìn đồng?

**Câu 4.** Người ta dự định trồng hoa để trang trí vào phần tô đậm trong hình vẽ dưới đây. Biết rằng phần tô đậm là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 6$  và  $y = g(x) = -bx^2 + mx + n$  trong đó  $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$ . Biết đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt bằng  $-2$ ;  $1$ ;  $3$ . Chi phí trồng hoa là  $150000$  đồng/ $\text{m}^2$  và đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Tổng chi phí để trồng hoa theo dự định là bao nhiêu nghìn đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



**Câu 5.** Một khu chung cư có 120 căn hộ cho thuê. Người quản lý của khu chung cư nhận thấy rằng nếu giá thuê một căn hộ là 7 triệu đồng một tháng thì tất cả các căn hộ đều sẽ có người thuê. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê một căn hộ mỗi tháng thêm 250 nghìn đồng thì sẽ có thêm ba căn hộ bị bỏ trống. Người quản lý nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu triệu đồng một tháng để doanh thu một tháng là lớn nhất?

**Câu 6.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số  $1, 2, 3, 4, 5, 6$ . Lấy ngẫu nhiên một số thuộc  $S$ , gọi  $T$  là xác suất số lấy được là số lẻ đồng thời tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị. Giá trị của  $230T$  bằng bao nhiêu?

— HẾT —

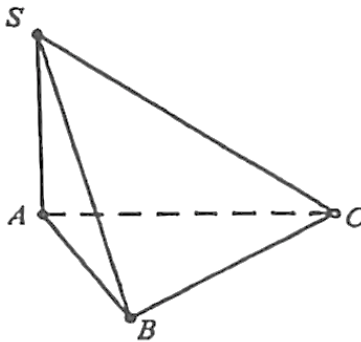
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Giám thị không giải thích gì thêm.

| Đề\câu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 1a | 1b | 1c | 1d | 2a | 2b | 2c | 2d | 3a | 3b | 3c | 3d | 4a | 4b | 4c | 4d | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|------|------|------|------|------|------|
|        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |      |      |      |      |      |      |
| 0101   | A | C | D | C | B | D | D | B | A | C  | A  | C  | D  | S  | S  | D  | D  | D  | D  | S  | D  | D  | S  | S  | D  | S  | S  | S  | 9,38 | 1,5  | 3800 | 3163 | 8,5  | 23   |
| 0105   | C | B | A | B | B | A | D | B | A | A  | A  | C  | D  | S  | S  | D  | S  | D  | S  | D  | D  | S  | S  | S  | D  | D  | D  | S  | 1,5  | 8,5  | 9,38 | 23   | 3800 | 3163 |
| 0109   | D | B | C | A | B | A | B | A | A | D  | A  | C  | D  | S  | S  | D  | D  | S  | S  | D  | D  | D  | D  | S  | D  | S  | S  | S  | 23   | 9,38 | 3800 | 1,5  | 3163 | 8,5  |
| 0113   | B | A | B | B | B | B | A | D | A | C  | B  | B  | D  | S  | S  | S  | D  | S  | S  | D  | D  | D  | D  | S  | S  | S  | D  | D  | 23   | 3163 | 3800 | 8,5  | 1,5  | 9,38 |
| 0117   | B | C | C | C | D | B | C | A | D | B  | C  | A  | S  | S  | D  | D  | D  | S  | S  | D  | D  | S  | S  | S  | D  | D  | D  | S  | 3163 | 3800 | 8,5  | 23   | 1,5  | 9,38 |
| 0121   | A | B | A | B | D | C | A | A | D | A  | A  | D  | D  | D  | D  | S  | D  | S  | S  | D  | D  | S  | S  | S  | S  | D  | S  | D  | 3800 | 3163 | 1,5  | 8,5  | 23   | 9,38 |

## HƯỚNG DẪN GIẢI

### PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

**Câu 1:** Cho hình chóp  $SABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $SA = a\sqrt{2}$ ,  $AB = a\sqrt{2}$  (xem hình dưới).



Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng

**A.  $45^\circ$ .**

B.  $30^\circ$ .

C.  $90^\circ$ .

D.  $60^\circ$ .

#### Hướng dẫn giải

Vì  $AB$  là hình chiếu của  $SB$  lên  $(ABC)$  nên  $(SB, (ABC)) = (SB, AB) = SBA$ .

Xét tam giác  $SAB$  vuông tại  $A$ :  $\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow SBA = 45^\circ$ .

**Câu 2:** Tập xác định của hàm số  $y = \tan x$  là

A.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

B.  $\mathbb{R}$ .

**C.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .**

D.  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

#### Hướng dẫn giải

$y = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ . ĐKXĐ:  $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 3:** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = x + 1 - \frac{1}{x-2}$  là đường thẳng có phương trình

A.  $y = x$ .

B.  $x = 2$ .

C.  $y = 1$ .

**D.  $y = x + 1$ .**

#### Hướng dẫn giải

Tiệm cận xiên của đồ thị là đường thẳng  $y = x + 1$  vì  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (x + 1)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-1}{x-2} = 0$ .

**Câu 4:** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng hướng và khác vectơ  $\vec{0}$ . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$ .      B.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ .      **C.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ .**      D.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 0^\circ = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

**Câu 5:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2^x - x$  là

- A.  $\frac{2^{x+1}}{x+1} - \frac{x^2}{2} + C$ .      **B.  $\frac{2^x}{\ln 2} - \frac{x^2}{2} + C$ .**      C.  $x \cdot 2^{x-1} - \frac{x^2}{2} + C$ .      D.  $\frac{2^x}{x} - \frac{x^2}{2} + C$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\int f(x) dx = \int (2^x - x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} - \frac{x^2}{2} + C.$$

**Câu 6:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

|      |           |      |       |           |     |
|------|-----------|------|-------|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $3$   | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$   | $0$       | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ | $6$  | $-26$ | $+\infty$ |     |

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(-26; 6)$ .      B.  $(-\infty; -1)$ .      C.  $(3; +\infty)$ .      **D.  $(-1; 2)$ .**

**Hướng dẫn giải**

Quan sát bảng biến thiên, thấy hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 3)$ .

Mà  $(-1; 2)$  là tập con của  $(-1; 3)$  nên hàm số nghịch biến trên  $(-1; 2)$ .

**Câu 7:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng  $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$ . Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$ ?

- A.  $\vec{n}_3 = (-3; 2; -4)$ .      B.  $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$ .      C.  $\vec{n}_1 = (3; -2; -4)$ .      **D.  $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$ .**

**Hướng dẫn giải**

$\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$  là một vectơ pháp tuyến của  $(\alpha)$ .

**Câu 8:** Thống kê điểm thi đánh giá năng lực của 120 học sinh một trường THPT được cho ở bảng sau.

| Điểm        | $[0; 20)$ | $[20; 40)$ | $[40; 60)$ | $[60; 80)$ | $[80; 100)$ |
|-------------|-----------|------------|------------|------------|-------------|
| Số học sinh | 25        | 35         | 37         | 15         | 8           |

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nửa khoảng nào sau đây?

- A.  $[40; 60)$ .      **B.  $[20; 40)$ .**      C.  $[60; 80)$ .      D.  $[0; 20)$ .

#### Hướng dẫn giải

Ta có  $\frac{120}{4} = 30$ . Mà  $25 < 30 < 25 + 35$  nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nửa khoảng  $[20; 40)$ .

**Câu 9:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$  và công sai  $d = 3$ . Giá trị của  $u_4$  bằng

- A. 10.**      B. 13.      C. 27.      D. 4.

#### Hướng dẫn giải

Ta có  $u_4 = u_1 + 3d = 1 + 3 \cdot 3 = 10$ .

**Câu 10:** Tập nghiệm S của phương trình  $\sin x = 1$  là

- A.  $S = \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .      B.  $S = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .  
**C.  $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .**      D.  $S = \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

#### Hướng dẫn giải

Ta có  $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 11:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm  $A(2; -4; 3)$  và  $B(2; 2; 9)$ . Trung điểm của đoạn  $AB$  có tọa độ là

- A.  $(2; -1; 6)$ .**      B.  $(0; 6; 6)$ .      C.  $(4; -2; 12)$ .      D.  $(0; 3; 3)$ .

#### Hướng dẫn giải

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-4 + 2}{2} = -1 \Rightarrow I(2; -1; 6). \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{3 + 9}{2} = 6 \end{cases}$$

**Câu 12:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số

$y = x^2 - 2x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1, x = 3$  được xác định bằng công thức

A.  $S = \pi \int_{-1}^3 |x^2 - 2x| dx$ .

B.  $S = \pi \int_{-1}^3 (x^2 - 2x)^2 dx$ .

C.  $S = \int_{-1}^3 |x^2 - 2x| dx$ .

D.  $S = \left| \int_{-1}^3 (x^2 - 2x) dx \right|$ .

### Hướng dẫn giải

Ta có  $S = \int_{-1}^3 |x^2 - 2x| dx$ .

## PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**Câu 1:** Một hộp chứa các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau gồm 5 viên bi trắng, 6 viên bi đỏ và 8 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 5 viên bi từ hộp, trong đó có  $x$  viên bi trắng,  $y$  viên bi đỏ và  $z$  viên bi xanh.

- a) Số phần tử của không gian mẫu là  $n(\Omega) = C_{19}^5$ .
- b) Xác suất lấy được 5 viên bi đều màu xanh là  $\frac{1}{2907}$ .
- c) Xác suất lấy được 5 viên bi có ít nhất một viên bi màu xanh nhỏ hơn 0,94.
- d) Xác suất lấy được 5 viên đủ cả ba màu, đồng thời ba số  $x - y, y - z, z - x$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng bằng  $\frac{215}{969}$ .

Tổng số viên bi là:  $5 + 6 + 8 = 19$ .

**a) Đúng.**

Số phần tử của không gian mẫu là  $n(\Omega) = C_{19}^5$ .

**b) Sai.**

Xác suất được 5 viên bi đều màu xanh là:  $\frac{C_8^5}{C_{19}^5} = \frac{14}{2907}$ .

**c) Sai.**

Xác suất trong 5 viên bi lấy ra không có viên bi xanh nào là:  $\frac{C_{11}^5}{C_{19}^5} = \frac{77}{1938}$ .

Xác suất lấy được 5 viên bi có ít nhất 1 viên bi màu xanh là:  $1 - \frac{77}{1938} \approx 0,96 > 0,94$ .

**d) Đúng.**

Theo giả thiết:  $x + y + z = 5$  (\*).

Ba số  $x - y, y - z, z - x$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng nên theo tính chất của cấp số cộng, ta có:

$$2(y - z) = (x - y) + (z - x) \Leftrightarrow y = z.$$

Thay  $y = z$  vào (\*), ta được:  $x + 2y = 5$ .

Vì  $x, y, z \in \mathbb{N}^*$  nên ta có các trường hợp sau:

TH1:  $y = 1 \Rightarrow z = 1, x = 3$  (3 trắng, 1 đỏ, 1 xanh).

Số cách:  $C_3^3 \cdot C_6^1 \cdot C_8^1 = 10 \cdot 6 \cdot 8 = 480$ .

TH2:  $y = 2 \Rightarrow z = 2, x = 1$  (1 trắng, 2 đỏ, 2 xanh).

Số cách:  $C_3^1 \cdot C_6^2 \cdot C_8^2 = 5 \cdot 15 \cdot 28 = 2100$ .

Tổng số cách là:  $480 + 2100 = 2580$ .

Vậy xác suất cần tìm là:  $\frac{2580}{C_{19}^5} = \frac{215}{969}$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ .

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số đã cho, trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2$  bằng 2.

b) Hàm số đã cho có một nguyên hàm là hàm số  $G(x) = \frac{x^4}{2} - x^3 + x$ .

c)  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số đã cho thỏa mãn  $F(2) = 2$ , khi đó  $F(-1) = \frac{1}{2}$ .

d) Với  $a \in [-1; 2]$ , hàm số  $H(a) = \int_{-1}^a f(x) dx$  đạt giá trị lớn nhất tại  $a = 1$ .

### Hướng dẫn giải

**a) Đúng.**

$$S = \int_0^2 |2x^3 - 3x^2 + 1| dx = 2.$$

**b) Đúng.**

$$\int (2x^3 - 3x^2 + 1) dx = 2 \cdot \frac{x^4}{4} - 3 \cdot \frac{x^3}{3} + x + C = \frac{x^4}{2} - x^3 + x + C.$$

Vậy hàm số đã cho có một nguyên hàm là hàm số  $G(x) = \frac{x^4}{2} - x^3 + x$ .

**c) Đúng.**

$$F(2) = 2 \Leftrightarrow \frac{2^4}{2} - 2^3 + 2 + C = 2 \Leftrightarrow C = 0.$$

$$F(-1) = \frac{(-1)^4}{2} - (-1)^3 + (-1) + 0 = \frac{1}{2}.$$

**d) Sai.**

$$H(a) = \int_{-1}^a (2x^3 - 3x^2 + 1) dx \\ = \frac{a^4}{2} - a^3 + a - \left[ \frac{(-1)^4}{2} - (-1)^3 + (-1) \right] = \frac{a^4}{2} - a^3 + a - \frac{1}{2}.$$

$$H'(a) = 2a^3 - 3a^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ a = 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } H(-1) = 0; H\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{27}{32}; H(1) = 0, H(2) = \frac{3}{2}.$$

Vậy  $H(a)$  đạt giá trị lớn nhất tại  $a = 2$ .

**Câu 3:** Mô hình toán học sau đây được sử dụng trong quan sát chuyển động của một vật. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz có  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  lần lượt là các vector đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz và độ dài của mỗi vector đơn vị đó bằng 1 kilômét. Một tên lửa phóng từ vị trí gốc tọa độ O theo hướng và vận tốc không đổi. Tên lửa bay từ điểm  $O(0;0;0)$  đến điểm  $A(140;60;6)$  trong 8 phút.

- a) Sau 8 phút kể từ lúc phóng, tên lửa bay được quãng đường 152,4 km (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).
- b) Sau đúng 4 phút kể từ lúc phóng, độ cao của tên lửa là 3 km.
- c) Tọa độ của tên lửa sau 12 phút kể từ lúc phóng là  $(210;90;12)$ .
- d) Gọi (P) là mặt phẳng chứa quỹ đạo bay của tên lửa và vuông góc với mặt phẳng Oxy. Phương trình mặt phẳng P là  $3x - 8y = 0$ .

### Hướng dẫn giải

**a) Đúng.**

Quãng đường tên lửa bay được sau 8 phút là:

$$OA = \sqrt{140^2 + 60^2 + 6^2} \approx 152,4(\text{km}).$$

**b) Đúng.**

Sau 4 phút từ lúc phóng, tên lửa ở vị trí trung điểm của OA, giả sử đó là điểm I.

Ta tìm được tọa độ của I là  $I(70;30;3)$ . Vậy độ cao của tên lửa là 3 km.

**c) Sai.**

Giả sử tọa độ của tên lửa sau 12 phút là  $B(m;n;p)$ .

$$\text{Vì } \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \text{ nên } \frac{OB}{OA} = \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \cdot 140 = 210 \\ n = \frac{3}{2} \cdot 60 = 90 \\ p = \frac{3}{2} \cdot 6 = 9 \end{cases} \Rightarrow B(210; 90; 9).$$

**d) Sai.**

$\vec{k}$  là vector chỉ phương của (Oxy), mà (Oxy) vuông góc với (P) nên  $\vec{k}$  là một vector chỉ phương của (P).

Quỹ đạo tên lửa là  $\vec{u} = (70; 30; 3) = \frac{1}{2} \overrightarrow{OA}$ .

Một vectơ pháp tuyến của (P) là:  $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{k}] = (30; -70; 0)$ .

Phương trình tổng quát của (P) là:

$$30(x-0) - 70(y-0) + 0(z-0) = 0 \Leftrightarrow 3x - 7y = 0.$$

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = 92 - 20\ln(x+1)$ .

a) Tập xác định của hàm số đã cho là  $D = (-1; +\infty)$ .

b) Bất phương trình  $f(x) \geq 36$  có đúng 15 nghiệm nguyên.

c) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .

d) Giá trị lớn nhất của hàm số  $g(x) = f(x) + 5x$  trên đoạn  $[1; 4]$  bằng  $107 - 40 \ln 2$ .

### Hướng dẫn giải

**a) Đúng.**

ĐKXD:  $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$ . Vậy TXĐ là  $D = (-1; +\infty)$ .

**b) Sai.**

$$f(x) \geq 36 \Leftrightarrow 92 - 20\ln(x+1) \geq 36 \Leftrightarrow \ln(x+1) \leq \frac{14}{5}$$

$$\Leftrightarrow x+1 \leq e^{\frac{14}{5}} \Leftrightarrow x \leq e^{\frac{14}{5}} - 1 \approx 15,4. \text{ Vậy } f(x) \geq 36 \text{ có 16 nghiệm nguyên (từ 0 đến 15).}$$

**c) Sai.**

$$f'(x) = \frac{-20}{x+1} < 0 \text{ với mọi } x > -1 \text{ nên hàm số đã cho nghịch biến trên } (-1; +\infty).$$

**d) Sai.**

$$\text{Xét hàm } g(x) = 92 - 20\ln(x+1) + 5x.$$

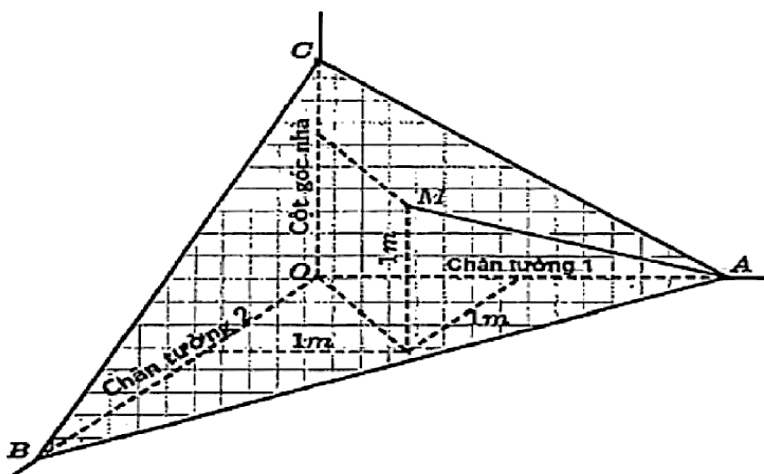
$$g'(x) = \frac{-20}{x+1} + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 3.$$

Ta có  $g(1) \approx 83,1; g(3) \approx 79,3; g(4) \approx 79,8$ .

Vậy GTLN của  $g(x)$  trên  $[1;4]$  là  $g(1) = 97 - 20\ln 2$ .

### PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

**Câu 1:** Ông An đang xây một ngôi nhà, trong quá trình xây phải đổ bê tông cho một mái vát để lợp ngói. Ông tính toán việc ghép cốt pha đi qua điểm B trên một chân tường và điểm C trên cột góc nhà, đồng thời mặt ghép cốt pha phải đi qua điểm A trên chân tường còn lại cách điểm O ở góc giao hai chân tường một khoảng 5 m, ông cũng tận dụng một chiếc cột có sẵn để chống mặt ghép (xem hình dưới). Biết rằng hai bức tường được xây vuông góc với nhau, mỗi bức tường đều vuông góc với sàn mái nhà, cột có chiều cao 1 m và cách hai bức tường với cùng khoảng cách 1 m (đỉnh cột là điểm M). Diện tích nhỏ nhất của khung ghép cốt pha ABC là bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



#### Hướng dẫn giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz sao cho O là góc giao hai chân tường, A thuộc trục Ox, B thuộc trục Oy, C thuộc trục Oz sao cho tọa độ các điểm trên đều không âm.

Khi đó  $O(0;0;0)$ ,  $A(5;0;0)$ ,  $B(0;b;0)$ ,  $C(0;0;c)$ ,  $M(1;1;1)$ .

Phương trình mặt phẳng (ABC):  $\frac{x}{5} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ .

Vì  $M(1;1;1)$  thuộc (ABC) nên  $\frac{1}{5} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \Rightarrow c = \frac{5b}{4b-5}$ .

$\overrightarrow{AB} = (-5; b; 0)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (-5; 0; c)$ ,  $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (bc; 5c; 5b)$ .

Diện tích tam giác ABC là:

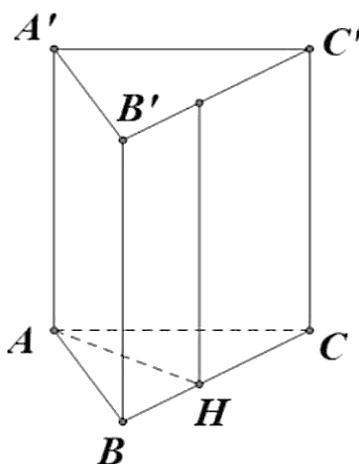
$$S = \frac{1}{2} \left| \left[ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \right| = \frac{1}{2} \sqrt{(bc)^2 + 25c^2 + 25b^2} = \frac{1}{2} \sqrt{\left( b \cdot \frac{5b}{4b-5} \right)^2 + 25 \left( \frac{5b}{4b-5} \right)^2 + 25b^2}.$$

Ta tìm được S đạt GTNN tại  $b = 2,5$ . Khi đó  $S \approx 9,38$ .

**Đáp án: 9,38**

**Câu 2:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $BC = 2\sqrt{3}$ ,  $AB = 3$ . Khoảng cách giữa đường thẳng  $AA'$  và mặt phẳng  $(BCC'B')$  bằng bao nhiêu?

**Hướng dẫn giải**



Xét tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ :  $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{12 - 9} = \sqrt{3}$ .

Gọi  $AH$  là đường cao của tam giác  $ABC$ .

$$\left. \begin{array}{l} BB' \perp (ABC) \Rightarrow BB' \perp AH \\ BC \perp AH \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp (BCC'B')$$

Ta có  $AA' \parallel (BCC'B')$  và  $H$  là hình chiếu của  $A$  lên  $(BCC'B')$  nên  $d(AA', (BCC'B')) = AH$ .

Xét tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có đường cao  $AH$ :

$$AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 1,5.$$

**Đáp án: 1,5**

**Câu 3:** Để gây quỹ từ thiện, câu lạc bộ thiện nguyện của một trường THPT tổ chức hoạt động bán hàng với hai mặt hàng là trà sữa và bánh ngọt. Câu lạc bộ thiết kế hai thực đơn. Thực đơn 1 có giá 40 nghìn đồng, bao gồm hai ly trà sữa và một chiếc bánh ngọt. Thực đơn 2 có giá 65 nghìn đồng, bao gồm ba ly trà sữa và hai chiếc bánh ngọt. Biết rằng câu lạc bộ chỉ làm được không quá 180 ly trà sữa và 110 chiếc bánh ngọt. Số tiền lớn nhất mà câu lạc bộ có thể nhận được sau khi bán hết hàng bằng

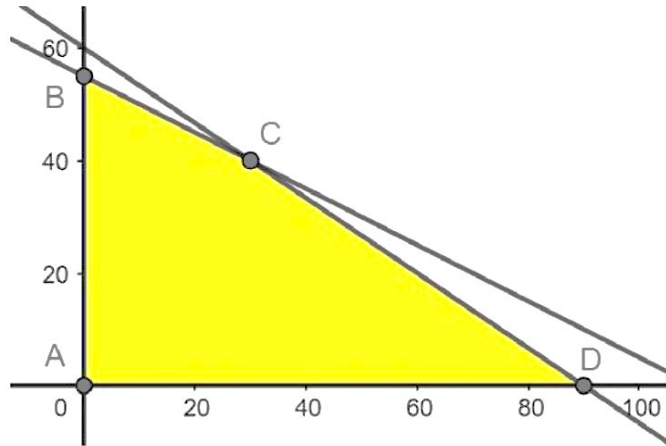
bao nhiêu nghìn đồng?

### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  là số thực đơn 1,  $y$  là số thực đơn 2 câu lạc bộ bán được ( $x, y \in \mathbb{N}$ ).

Khi đó, câu lạc bộ bán được  $2x + 3y$  ly trà sữa và  $x + 2y$  chiếc bánh ngọt.

Ta có hệ bất phương trình: 
$$\begin{cases} x, y \geq 0 \\ 2x + 3y \leq 180 \\ x + 2y \leq 110 \end{cases}$$



Miền nghiệm của hệ là tứ giác  $ABCD$  kể cả biên, với  $A(0;0), B(0;55), C(30;40), D(90;0)$ .

Số tiền câu lạc bộ nhận được là:

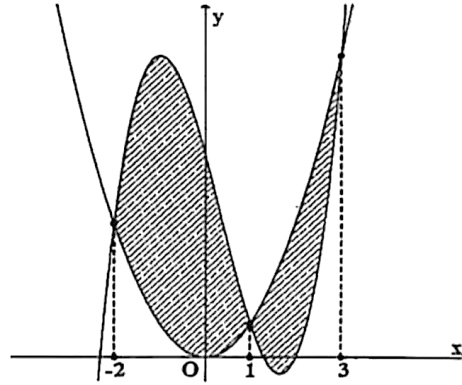
$$F(x; y) = 40x + 65y \text{ (nghìn đồng)}.$$

Ta có:  $F(0;0) = 0; F(0;55) = 3575; F(30;40) = 3800; F(90;0) = 3600$ .

Vậy tiền lớn nhất mà câu lạc bộ có thể nhận được sau khi bán hết hàng bằng 3800 nghìn đồng.

**Đáp án: 3800**

**Câu 4:** Người ta dự định trồng hoa để trang trí vào phần tô đậm trong hình vẽ dưới đây. Biết rằng phần tô đậm là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 6$  và  $y = g(x) = -bx^2 + mx + n$  trong đó  $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$ . Biết đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt bằng  $-2; 1; 3$ . Chi phí trồng hoa là 150000 đồng/m<sup>2</sup> và đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Tổng chi phí để trồng hoa theo dự định là bao nhiêu nghìn đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



### Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm của  $f(x)$  và  $g(x)$  là:

$$ax^3 + bx^2 + cx + 6 = -bx^2 + mx + n \Leftrightarrow ax^3 + 2bx^2 + (c - m)x + (6 - n) = 0.$$

$$\text{Đặt } h(x) = ax^3 + 2bx^2 + (c - m)x + (6 - n) \quad (1)$$

Theo đề bài, đồ thị hai hàm số cắt nhau tại các điểm có hoành độ  $x = -2, x = 1$  và  $x = 3$ .

Do đó,  $h(x)$  có thể được viết dưới dạng:

$$h(x) = a(x + 2)(x - 1)(x - 3) = ax^3 - 2ax^2 - 5ax + 6a \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra hệ số tự do của  $h(x)$  là  $6 - n = 6a$ .

Quan sát hình vẽ, thấy đồ thị của hàm  $g(x)$  là parabol đi qua gốc tọa độ nên ta có:

$$g(0) = 0 \Leftrightarrow -b \cdot 0^2 + m \cdot 0 + n = 0 \Leftrightarrow n = 0 \Rightarrow a = 1.$$

$$\text{Suy ra } h(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6.$$

$$\text{Diện tích trồng hoa là: } \int_{-2}^3 h(x) dx = \int_{-2}^3 (x^3 - 2x^2 - 5x + 6) dx \approx 21,08 (m^2).$$

Chi phí trồng hoa là:  $150 \cdot 21,08 \approx 3163$  (nghìn đồng).

**Đáp án: 3163**

**Câu 5:** Một khu chung cư có 120 căn hộ cho thuê. Người quản lý của khu chung cư nhận thấy rằng nếu giá thuê một căn hộ là 7 triệu đồng một tháng thì tất cả các căn hộ đều sẽ có người thuê. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê một căn hộ mỗi tháng thêm 250 nghìn đồng thì sẽ có thêm ba căn hộ bị bỏ trống. Người quản lý nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu triệu đồng một tháng để doanh thu một tháng là lớn nhất?

### Hướng dẫn giải

Gọi số lần tăng giá thuê là  $x$  (lần;  $x \in \mathbb{N}$ ).

Giá thuê 1 căn hộ sau khi tăng  $x$  lần:  $7 + 0,25x$  (triệu đồng).

Số căn hộ được thuê sau khi tăng giá  $x$  lần:  $120 - 3x$  (căn hộ).

Doanh thu 1 tháng là:  $D(x) = (7 + 0,25x)(120 - 3x) = -0,75x^2 + 9x + 840$ .

$D(x)$  là hàm bậc hai có đồ thị là parabol quay bề lõm xuống dưới (do  $-0,75 < 0$ ).

Vì vậy  $D(x)$  đạt giá trị lớn nhất tại đỉnh của parabol.

Hoành độ đỉnh là:  $x = -\frac{9}{2(-0,75)} = 6$ .

Vậy để doanh thu 1 tháng là lớn nhất thì giá thuê là:  $7 + 0,25 \cdot 6 = 8,5$  (triệu đồng/tháng).

**Đáp án: 8,5**

**Câu 6:** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc  $S$ , gọi  $T$  là xác suất số lấy được là số lẻ đồng thời tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị. Giá trị của  $230T$  bằng bao nhiêu?

### Hướng dẫn giải

Tập hợp  $S$  gồm các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau lập từ các chữ số  $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ .

Số các số có thể lập được là:  $n(S) = 6! = 720$ .

Gọi số cần tìm có dạng  $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ . Theo đề bài:

- Chữ số cuối là số lẻ:  $a_6 \in \{1; 3; 5\}$ .
- Tổng chữ số:  $a_1 + a_2 + a_3 = (a_4 + a_5 + a_6) + 1$ .
- Tổng của cả 6 chữ số:  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ .

Đặt  $X = a_1 + a_2 + a_3$  và  $Y = a_4 + a_5 + a_6$ .

Ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} X + Y = 21 \\ X = Y + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = 11 \\ Y = 10 \end{cases}$$

Ta cần tìm các bộ 3 số  $\{a_4; a_5; a_6\}$  có tổng bằng 10 ; trong đó  $a_6$  phải là số lẻ (1; 3; 5).

TH1:  $a_6 = 1$ . Khi đó  $a_4 + a_5 = 10 - 1 = 9$ .

Các cặp  $\{a_4; a_5\}$  từ tập  $\{2; 3; 4; 5; 6\}$  có tổng bằng 9 là:  $\{3; 6\}$  và  $\{4; 5\}$ .

+) Với bộ  $\{3; 6; 1\}$ : Các chữ số còn lại cho  $\{a_1; a_2; a_3\}$  là  $\{2; 4; 5\}$  (tổng = 11 - TM).

Số các số:  $3! \cdot 2! = 6 \cdot 2 = 12$  số.

+) Với bộ  $\{4;5;1\}$ : Các chữ số còn lại là  $\{2;3;6\}$  (tổng = 11 - TM).

Số các số:  $3!.2! = 12$  số.

TH2:  $a_6 = 3$ . Khi đó  $a_4 + a_5 = 10 - 3 = 7$ .

Các cặp  $\{a_4; a_5\}$  từ tập  $\{1;2;4;5;6\}$  có tổng bằng 7 là:  $\{1;6\}$  và  $\{2;5\}$ .

+) Với bộ  $\{1;6;3\}$ : Các chữ số còn lại là  $\{2;4;5\}$  (tổng = 11 - TM).

Số các số:  $3!.2! = 12$  số.

+) Với bộ  $\{2;5;3\}$ : Các chữ số còn lại là  $\{1;4;6\}$  (tổng = 11 - TM).

Số các số:  $3!.2! = 12$  số.

TH3:  $a_6 = 5$ . Khi đó  $a_4 + a_5 = 10 - 5 = 5$ .

Các cặp  $\{a_4; a_5\}$  từ tập  $\{1;2;3;4;6\}$  có tổng bằng 5 là:  $\{1;4\}$  và  $\{2;3\}$ .

+) Với bộ  $\{1;4;5\}$ : Các chữ số còn lại là  $\{2;3;6\}$  (tổng = 11 - TM).

Số các số:  $3!.2! = 12$  số.

+) Với bộ  $\{2;3;5\}$ : Các chữ số còn lại là  $\{1;4;6\}$  (tổng = 11 - TM).

Số các số:  $3!.2! = 12$  số.

Tổng số các số thỏa mãn điều kiện là:  $12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 72$  (số).

Xác suất số lấy được là số lẻ đồng thời tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị là:

$$T = \frac{72}{720} = \frac{1}{10}. \text{ Vậy } 230T = 230 \cdot \frac{1}{10} = 23.$$

**Đáp án: 23**